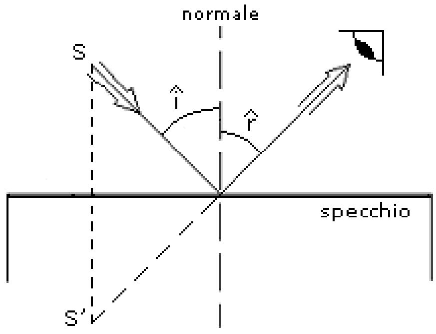
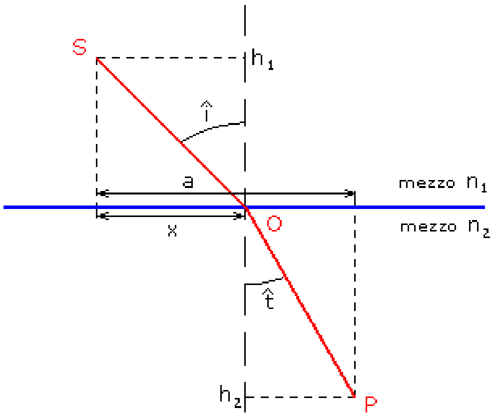
RIFLESSIONE e RIFRAZIONE

PRINCIPIO di FERMAT –
principio di tempo minimo o di minimo cammino ottico –

Per la **RIFLESSIONE** Fermat afferma che i raggi riflessi e incidenti devono essere sullo stesso piano e gli angoli devono essere uguali.





RIFRAZIONE

$$tempo = \frac{dist.}{vel.} = \frac{SO}{v_1} + \frac{OP}{v_2} =$$

$$= \frac{\sqrt{x^2 + h_1^{\,2}}}{v_1} + \frac{\sqrt{(a-x)^2 + h_2^{\,2}}}{v_2}$$

RIFRAZIONE (II)

Quindi $t = \dfrac{\sqrt{x^2 + h_1^{\,2}}}{v_1} + \dfrac{\sqrt{(a-x)^2 + h_2^{\,2}}}{v_2}$ e, per minimizzare t $\dfrac{dt}{dx} \to 0$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_1\sqrt{x^2 + h_1^{\,2}}} + \frac{-(a-x)}{v_2\sqrt{h_2^{\,2} + (a-x)^2}}$$

ma $\dfrac{x}{\sqrt{x^2 + h_1^{\,2}}} = \sin\hat{i}$ e $\dfrac{a-x}{\sqrt{h_2^{\,2} + (a-x)^2}} = \sin\hat{t}$

dunque $\dfrac{dt}{dx} = \dfrac{\sin\hat{i}}{v_1} - \dfrac{\sin\hat{t}}{v_2} \to 0$ così $\dfrac{\sin\hat{i}}{v_1} = \dfrac{\sin\hat{t}}{v_2}$

ma $n_1 = \dfrac{c_0}{v_1}$ e $n_2 = \dfrac{c_0}{v_2}$ con c_0 la velocità della luce nel vuoto

dunque $\dfrac{\sin\hat{i}}{c_0} n_1 = \dfrac{\sin\hat{t}}{c_0} n_2$ da cui la **Legge di SNELL** $n_1 \sin\hat{i} = n_2 \sin\hat{t}$

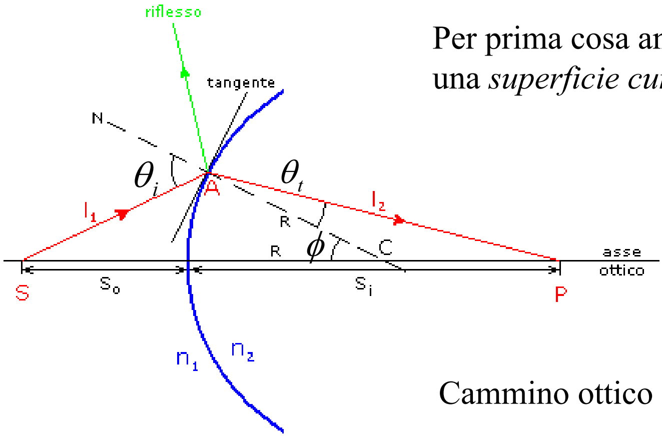
Cammino ottico = lunghezza x indice di rifrazione = l x n $\Rightarrow t_C = \dfrac{l \cdot n}{c_0}$

con t_C = tempo del cammino

Le LENTI – Superficie Curva

Si usano gli stessi principi: *minimizzazione del tempo di cammino o cammino ottico*

Per prima cosa andiamo a vedere cosa accade in caso di una *superficie curva*.



LEGENDA:

N – normale; C – centro; S – oggetto; A – punto di incidenza; P – immagine; R – raggio; So – distanza oggetto-lente; Si – distanza immagine-lente.

Cammino ottico $\overline{SA} + \overline{AP} = l_1 n_1 + l_2 n_2$

Dal Teorema del coseno:

$$l_1 = \sqrt{R^2 + (S_o + R)^2 - 2R(S_o + R)\cos\phi}$$

$$l_2 = \sqrt{R^2 + (S_i - R)^2 + 2R(S_i - R)\cos\phi}$$

In l_2: $\cos\phi = -\cos(180 - \phi)$

Quindi, essendo R ed S costanti, per variare il cammino ottico sarà necessario variare la posizione di A. In questo modo varia ϕ

Le LENTI – Superficie Curva (II)

Facciamo lo studio della variazione del cammino ottico e troviamo il minimo:

si consideri: $\dfrac{d(n_1 l_1 + n_2 l_2)}{d\phi}$ o $\dfrac{d(n_1 l_1{}^2 + n_2 l_2{}^2)}{d\phi}$

$$\frac{d(n_1 l_1 + n_2 l_2)}{d\phi} = \frac{1}{2}\frac{n_1(-2R(S_o + R)\sin\phi)}{l_1} + \frac{1}{2}\frac{n_2(2R(S_i - R)\sin\phi)}{l_2}$$

per avere il minimo: $\dfrac{d(n_1 l_1 + n_2 l_2)}{d\phi} = 0 \quad \Rightarrow 0 = \dfrac{1}{2}\dfrac{n_1(-2R(S_o + R)\sin\phi)}{l_1} + \dfrac{1}{2}\dfrac{n_2(2R(S_i - R)\sin\phi)}{l_2}$

dunque $\dfrac{n_1(R(S_o + R)\sin\phi)}{l_1} = \dfrac{n_2(R(S_i - R)\sin\phi)}{l_2}$ semplificando $\dfrac{n_1(S_o + R)}{l_1} = \dfrac{n_2(S_i - R)}{l_2}$

da cui $\dfrac{n_1 S_o}{l_1} + \dfrac{n_1 R}{l_1} = \dfrac{n_2 S_i}{l_2} - \dfrac{n_2 R}{l_2}$ separando $\dfrac{n_1 R}{l_1} + \dfrac{n_2 R}{l_2} = \dfrac{n_2 S_i}{l_2} - \dfrac{n_1 S_o}{l_1}$

così $\left(\dfrac{n_1}{l_1} + \dfrac{n_2}{l_2}\right)R = \dfrac{n_2 S_i}{l_2} - \dfrac{n_1 S_o}{l_1}$

infine, applicando l'*approssimazione PARASSIALE*: "tutti i raggi ottici sono vicini all'asse ottico" ovvero: $l_1 \cong S_o$ e $l_2 \cong S_i$

dalla quale $\dfrac{n_1}{S_o} + \dfrac{n_2}{S_i} = \dfrac{1}{R}(n_2 - n_1)$

$D = \dfrac{1}{R}(n_2 - n_1)$ è la **POTENZA** della superficie curva

Le LENTI – Superficie Curva (III)

La superficie curva ha due ***punti focali***:

1. il punto focale F_o è il punto dove viene focalizzato ***un oggetto posto a infinito***

   presa $\frac{n_1}{S_o} + \frac{n_2}{S_i} = \frac{1}{R}(n_2 - n_1)$ se $S_o \to \infty \quad \Rightarrow S_i = F_o$

   $$\Rightarrow \frac{n_2}{F_o} = \frac{1}{R}(n_2 - n_1) \qquad \to F_o = R\frac{n_2}{n_2 - n_1} = \frac{n_2}{D}$$

2. il punto focale F_i è il punto dove si trova un oggetto che ha ***immagine a infinito***

   presa $\frac{n_1}{S_o} + \frac{n_2}{S_i} = \frac{1}{R}(n_2 - n_1)$ se $S_i \to \infty \quad \Rightarrow S_o = F_i$

   $$\Rightarrow \frac{n_1}{F_i} = \frac{1}{R}(n_2 - n_1) \qquad \to F_i = R\frac{n_1}{n_2 - n_1} = \frac{n_1}{D}$$